

節点の拘束条件と部材の接合条件

解析モデル作成にあたって、節点の**拘束条件**と部材の**接合条件**を設定する必要があります。

ここでは、図1に示す片持ちばりモデルを使って、具体的に節点の**拘束条件**と部材の**接合条件**について解説します。自由度が TX、TZ、RY 成分のみの平面モデルです。

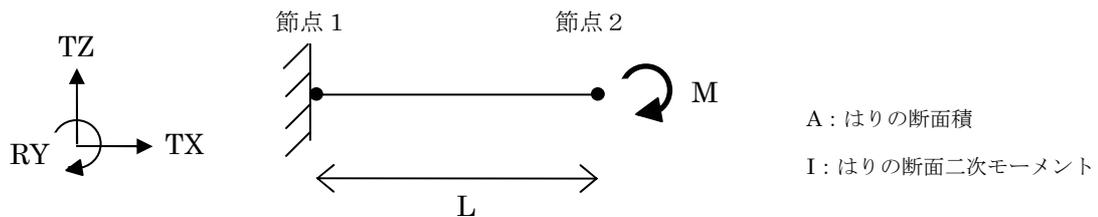


図1 片持ちばりモデル

① 節点の拘束条件

SNAP での「節点の拘束条件」とは、節点の各自由度の変位に対する条件です。

具体的には、TZ 成分を

- ・ 「固定」とすると→TZ 方向の変位がない
- ・ 「自由」とすると→TZ 方向に変位がある

という条件を設定したことになります。

図1のモデルにおいては、節点1は TX、TZ、RY 成分全て変形できないので、「拘束条件」は TX、TZ、RY 成分全て「固定」にします。節点2は TX、TZ、RY 成分全て変形できるので、「拘束条件」は TX、TZ、RY 成分全て「自由」にします。デフォルトでは、全ての節点の全ての自由度の「拘束条件」は「自由」となっています。

② 部材の接合条件

SNAP での「部材の接合条件」とは、部材が節点にどのように接続されているかを表します。

具体的には、剛接合、ピン接合、ローラー接合の場合は以下のように設定します。

- ・ 剛接合 TX:固定、TZ:固定、RY:固定
- ・ ピン接合 TX:固定、TZ:固定、RY:自由
- ・ ローラー接合 TX:固定、TZ:自由、RY:自由、あるいは TX:自由、TZ:固定、RY:自由

デフォルトでは、全ての部材の全ての自由度の「拘束条件」は「固定」となっています。

図2に節点2の接合条件変えた2種類のモデルの応力解析結果を示します。節点2を「剛接合」にした場合は(図2-A)節点2にかかる荷重 M がはり部材に伝わりますが、「ピン接合」にした場合は(図2-B)節点2にかかる荷重 M ははり部材に伝わらず、不釣り合い力になってしまいます。

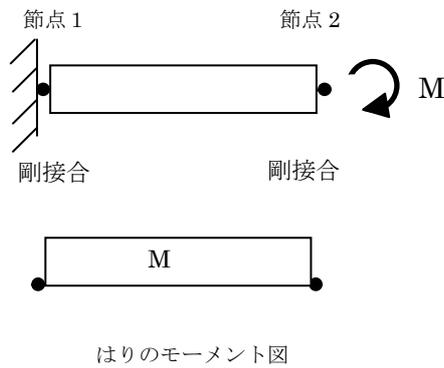


図2-A

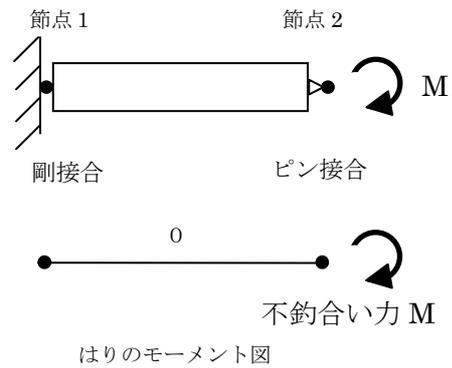


図2-B

具体的に図2のモデルの解析において「節点の拘束条件」と「部材の接合条件」がどのように、計算(マトリクス法)に反映されるのかを説明します。

図2-Aのはり部材の部材の荷重-変位関係は以下のように表せます。簡単のため部材座標系は基準座標系と等しいとします。

$$\begin{Bmatrix} p_{xi} \\ p_{zi} \\ m_{yi} \\ p_{xj} \\ p_{zj} \\ m_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{zi} \\ \theta_{yi} \\ \delta_{xj} \\ \delta_{zj} \\ \theta_{yj} \end{Bmatrix}$$

・・・(1)はり部材の構成方程式

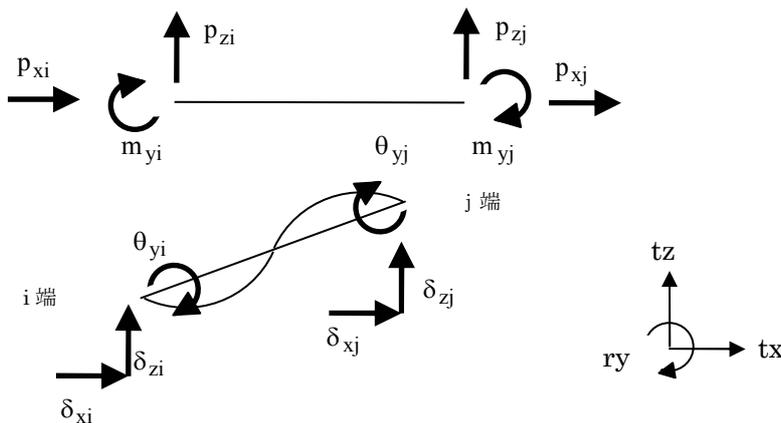


図3 はり部材の荷重-変位関係

はり i 端の変位と節点1の変位 (δ_{x1} δ_{z1} θ_{y1})は等しく、はりj端の変位と節点 2 の変位 (δ_{x2} δ_{z2} θ_{y2})は等しいです。さらにここで、「節点の拘束条件」を考慮します。従って、下記の適合条件式が成り立ちます。

$$\begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{zi} \\ \theta_{yi} \\ \delta_{xj} \\ \delta_{zj} \\ \theta_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{z1} \\ \theta_{y1} \\ \delta_{x2} \\ \delta_{z2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta_{x2} \\ \delta_{z2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix}$$

節点1の拘束条件 $\delta_{x1} = 0, \delta_{z1} = 0, \theta_{y1} = 0$ … (2) 節点の変位の適合条件式

節点に行く部材がはり部材のみなので、節点1の荷重(P_{x1} P_{z1} M_{y1})とはりのi端の荷重が釣り合い、節点2の荷重(P_{x2} P_{z2} M_{y2})とはりのj端の荷重が釣り合います。従って、節点の釣り合い条件式は以下のようになります。

$$\begin{Bmatrix} P_{x1} \\ P_{z1} \\ M_{y1} \\ P_{x2} \\ P_{z2} \\ M_{y2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{xi} \\ p_{zi} \\ m_{yi} \\ p_{xj} \\ p_{zj} \\ m_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta_{x2} \\ \delta_{z2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix}$$

… (3) 節点の釣り合い条件式

節点の荷重を代入して、最終的には下記の釣り合い条件式から節点1の反力と節点2の変位を求めます。

$$\begin{Bmatrix} P_{x1} \\ P_{z1} \\ M_{y1} \\ 0 \\ 0 \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta_{x2} \\ \delta_{z2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix}$$

節点の拘束条件(固定)

入力荷重

連立方程式に書き直すと下記のようになります。太字が未知数です。

$$P_{x1} = -EA/L \cdot \delta_{x2} \dots \textcircled{1}$$

$$P_{z1} = -12EI/L^3 \cdot \delta_{z2} - 6EI/L^2 \cdot \theta_{y2} \dots \textcircled{2}$$

$$M_{y1} = 6EI/L^2 \cdot \delta_{z2} + 2EI/L \cdot \theta_{y2} \dots \textcircled{3}$$

$$0 = EA/L \cdot \delta_{x2} \dots \textcircled{4}$$

$$0 = 12EI/L^3 \cdot \delta_{z2} + 6EI/L^2 \cdot \theta_{y2} \dots \textcircled{5}$$

$$M = 6EI/L^2 \cdot \delta_{z2} + 4EI/L \cdot \theta_{y2} \dots \textcircled{6}$$

まず、④から $\delta_{x2} = 0$ が導けます。したがって、①から $P_{x1} = 0$ もわかります。

次に、⑤と⑥から $\theta_{y2} = ML/EI$ 、 $\delta_{z2} = -ML^2/2EI$ が導けます。これを②と③に代入して $P_{z1} = 0$ 、

$M_{y1} = -M$ がもとめられます。

図2-B のモデルでは「部材の接合条件」ではりのj端をピン接合に指定しているため、はり部材の剛性マトリクスは以下のように変わります。

$$\begin{Bmatrix} p_{xi} \\ p_{zi} \\ m_{yi} \\ p_{xj} \\ p_{zj} \\ m_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 3EI/L^3 & -3EI/L^2 & 0 & -3EI/L^3 & 0 \\ 0 & -3EI/L^2 & 3EI/L & 0 & 3EI/L^2 & 0 \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -3EI/L^3 & 3EI/L^2 & 0 & 3EI/L^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{zi} \\ \theta_{yi} \\ \delta_{xj} \\ \delta_{zj} \\ \theta_{yj} \end{Bmatrix}$$

・・・(1)'j 端ピン接合のはり部材の構成方程式

その他の条件は図2-A のモデルと同様なので、最終的には下記の釣り合い条件式から節点1の反力と節点2の変位を求めます。

$$\begin{Bmatrix} P_{x1} \\ P_{z1} \\ M_{y1} \\ 0 \\ 0 \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 3EI/L^3 & -3EI/L^2 & 0 & -3EI/L^3 & 0 \\ 0 & -3EI/L^2 & 3EI/L & 0 & 3EI/L^2 & 0 \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -3EI/L^3 & 3EI/L^2 & 0 & 3EI/L^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta_{x2} \\ \delta_{z2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix}$$

節点の拘束条件(固定)

部材の接合条件(ピン接合)

入力荷重

連立方程式に書き直すと下記のようになります。太字が未知数です。

$$P_{x1} = -EA/L \cdot \delta_{x2} \dots \textcircled{1}$$

$$P_{z1} = -3EI/L^3 \cdot \delta_{z2} \dots \textcircled{2}$$

$$M_{y1} = 3EI/L^2 \cdot \delta_{z2} \dots \textcircled{3}$$

$$0 = EA/L \cdot \delta_{x2} \dots \textcircled{4}$$

$$0 = 3EI/L^3 \cdot \delta_{z2} \dots \textcircled{5}$$

$$M = 0 \dots \textcircled{6}$$

まず、④と⑤から $\delta_{x2} = \delta_{z2} = 0$ が導けます。したがって、①と②と③から $P_{x1} = P_{z1} = M_{y1} = 0$ もわかります。⑥式から $M \neq 0$ の場合、節点2のRY成分に**不釣り合い力が生じる**ことがわかります。

SNAP では節点2のRY成分のように節点荷重を負担する部材がない場合(⑥式)、「孤立な自由度があります。(RY)」と警告を出しています。上記の連立方程式から明らかなように、孤立な自由度が存在しても解は得られます。しかし、孤立な自由度に荷重を加えると($M \neq 0$ の場合)不釣り合い力になってしまいますので、「部材の接合条件」を設定する際は注意が必要です。