

## 柱の弾性変形について

柱の弾性変形は、材端の弾塑性要素の曲げ変形、中央の弾性要素の曲げ変形の和です。  
(簡単のため、せん断変形は無視します。)

### 材端が単軸バネの場合

テクニカルマニュアル『2.7 曲げモーメント分布』「 逆対称モーメント分布」参照

#### 単軸バネ

$$\begin{Bmatrix} \theta_{b1} \\ \theta_{b2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{6EI} & 0 \\ 0 & \frac{L}{6EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{L}{6EI} M \\ \frac{L}{6EI} M \end{Bmatrix}$$

#### 中央線材

$$\begin{Bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{6EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{6EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{L}{6EI} M - \frac{L}{6EI} M \\ -\frac{L}{6EI} M + \frac{L}{6EI} M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

#### 柱

$$\begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_{b1} \\ \theta_{b2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{L}{6EI} M \\ \frac{L}{6EI} M \end{Bmatrix}$$

材端が MS モデルの場合

テクニカルマニュアル『3.2 マルチスプリングモデル(MS モデル)』「3.2 .2 初期柔性の修正」参照

MS 要素

$$\begin{Bmatrix} \theta_{b1} \\ \theta_{b2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Pz}{\sum E_i A_i Y_i^2} & 0 \\ 0 & \frac{Pz}{\sum E_i A_i Y_i^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{Pz}{\sum E_i A_i Y_i^2} M \\ \frac{Pz}{\sum E_i A_i Y_i^2} M \end{Bmatrix}$$

中央線材

$$\begin{Bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{\gamma_2 L}{3EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\gamma_1 L}{3EI} M - \frac{L}{6EI} M \\ -\frac{L}{6EI} M + \frac{\gamma_2 L}{3EI} M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{(2\gamma_1 - 1)L}{6EI} M \\ \frac{(2\gamma_2 - 1)L}{6EI} M \end{Bmatrix}$$

柱

$$\begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_{b1} \\ \theta_{b2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{Pz}{\sum E_i A_i Y_i^2} M + \frac{(2\gamma_1 - 1)L}{6EI} M \\ \frac{Pz}{\sum E_i A_i Y_i^2} M + \frac{(2\gamma_2 - 1)L}{6EI} M \end{Bmatrix}$$

MS モデルの場合、塑性ヒンジ長さの設定により、中央線材の変形を考慮する必要があります。 $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5$  となるような塑性ヒンジ長さを設定していただければ、MS 要素の変形と単軸バネの変形が一致します。